



研究与开发

一比特 sigma-delta 调制全数字大规模 MIMO 系统的 遍历可达频谱效率分析

胡安中, 黄丽君

(杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘 要: 全数字大规模多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 系统因具有低成本、信号处理能力、可灵活配置等优势, 在移动通信中有很广泛的应用前景。在研究一比特 sigma-delta 调制结构的基础上, 分析了系统的遍历可达频谱效率, 并仿真对比了一比特结构。结果表明一比特 sigma-delta 调制结构具有更高的频谱效率, 适用于大规模 MIMO 系统, 并且分析结果是精确的。

关键词: 全数字大规模 MIMO; 一比特 sigma-delta 调制; 频谱效率

中图分类号: TP393

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2025013

Ergodic achievable rate analysis of one-bit sigma-delta modulated all-digital massive MIMO system

HU Anzhong, HUANG Lijun

School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: The all-digital massive multiple-input multiple-output (MIMO) system has a wide range of application prospects in mobile communication due to its advantages such as low cost, strong signal processing capability, and flexible configuration. On the basis of studying the one-bit sigma-delta modulation structure, the ergodic achievable spectral efficiency of the system was analyzed and compared with the one-bit structure through simulation. The results show that the one-bit sigma-delta modulation structure has higher spectral efficiency, is suitable for massive MIMO systems, and the analysis results are accurate.

Key words: all-digital massive MIMO, one-bit sigma-delta modulation, spectral efficiency

0 引言

大规模多输入多输出 (multiple-input multiple-

output, MIMO) 系统具有高频谱效率, 是 5G 的关键技术^[1]。全数字大规模 MIMO 系统具有射频电路成本低、信号处理能力、可灵活配置的优势。

收稿日期: 2024-10-31; 修回日期: 2024-12-02

通信作者: 胡安中, huaz@hdu.edu.cn

势, 在移动通信系统中具有广泛的应用前景^[2]。在全数字大规模 MIMO 系统中, 基站利用模拟数字转换器 (analog-to-digital converter, ADC) 将接收到的射频模拟信号转换为数字信号, 再应用数字芯片进行下变频、信道估计、检测等一系列的信号处理。射频拉远头 (remote radio head, RRH) 只有低噪声放大器 (low noise amplifier, LNA) 和 ADC, 其制造成本低。数字芯片采用现场可编程门阵列 (field programmable gate array, FPGA), 其计算能力强、计算程序调整便捷。

学术界对全数字大规模 MIMO 系统开展了研究。全数字大规模 MIMO 系统采用低精度 ADC 获取数字信号, 当低精度 ADC 的量化比特数达到 4 bit 时, 信道估计的误差和无限精度 ADC 的误差的差距在 2 dB 以内^[3]。当全数字大规模 MIMO 系统采用一比特 ADC 时, 利用时域过采样可以弥补量化噪声带来的速率损失^[4-5]。考虑高采样率时射频电路的非线性特性和量化的有限精度, 文献[6]研究了两者对信噪比的影响并提供了设计准则。由于毫米波全数字大规模 MIMO 的带宽大, 文献[7]研究了 ADC 精度和射频规范对信噪比的影响。对于全数字大规模 MIMO 系统, 文献[8]研究了一种两级预编码方案, 先在波束域进行稀疏预编码, 再在天线域进行离散逆傅里叶变换, 可以有效降低计算复杂度。针对一比特量化的全数字大规模 MIMO 系统, 文献[9]设计了空域均衡矩阵系数, 能够比半定规划方法和前向后向分裂方法具有更低的计算复杂度。针对全数字大规模 MIMO 系统中直接量化空域均衡矩阵性能较差的问题, 文献[10]提出一种有限字元的均衡方法, 可以在一比特量化条件下取得接近最优性能。但是, 以上研究都没有考虑一比特 sigma-delta 调制结构对全数字大规模 MIMO 系统的性能影响。

sigma-delta 调制对于全数字大规模 MIMO 系统有重要作用。一方面, 在全数字大规模 MIMO 系统中应用 sigma-delta 调制, 可以在数字芯片处

实现调制, 在 RRH 处应用带通滤波滤除部分量化噪声, 可以免除在 RRH 安装振荡器并同步的要求, 降低 RRH 成本^[11]。另一方面, 将 sigma-delta 调制应用于 ADC 可以有效提升性能^[12]。在量化时, 结合时域过采样和 sigma-delta 调制, 可以塑造噪声功率谱, 实现窄带信号的高精度量化^[13]。

鉴于 sigma-delta 调制对一比特量化的潜在性能改善, 本文研究一比特 sigma-delta 调制全数字大规模 MIMO 系统, 分析其遍历可达频谱效率。首先, 建立了全数字大规模 MIMO 系统的信号收发模型和一比特 sigma-delta 调制模型, 形成了系统遍历可达频谱效率的定义式。接着, 分析了一比特 sigma-delta 调制模型中输入信号、量化输入信号、量化输出信号的互相关, 并由此形成频域量化噪声自相关与输入信号自相关、量化输出信号自相关的函数关系。然后, 分析了一比特 sigma-delta 调制模型中各个信号的自相关及其时域渐进特性, 从而形成频域量化噪声自相关与输入信号自相关的函数关系, 可应用于遍历可达频谱效率的评估。最后, 进行了数字仿真, 展示了一比特 sigma-delta 调制结构的遍历可达频谱效率高于一比特结构的遍历可达频谱效率, 并且本文分析结果接近仿真结果。

1 系统模型

全数字大规模 MIMO 系统如图 1 所示, 包括 U 个移动台 (mobile station, MS) 和一个含有 B 根天线的基站 (base station, BS)。MS 采用正交频分复用 (orthogonal frequency-division multiplexing, OFDM), 即先应用逆离散傅里叶变换 (inverse discrete Fourier transform, IDFT) 进行频域到时域的转换, 再应用并行/串行转换 (parallel to serial, P/S), 最后通过射频 (radio frequency, RF) 链路发射。BS 包括 RRH 和 FPGA 两部分。RRH 的 LNA 实现信号放大, RF ADC 实现模拟数字转换。FPGA 实现数字下变频 (digi-

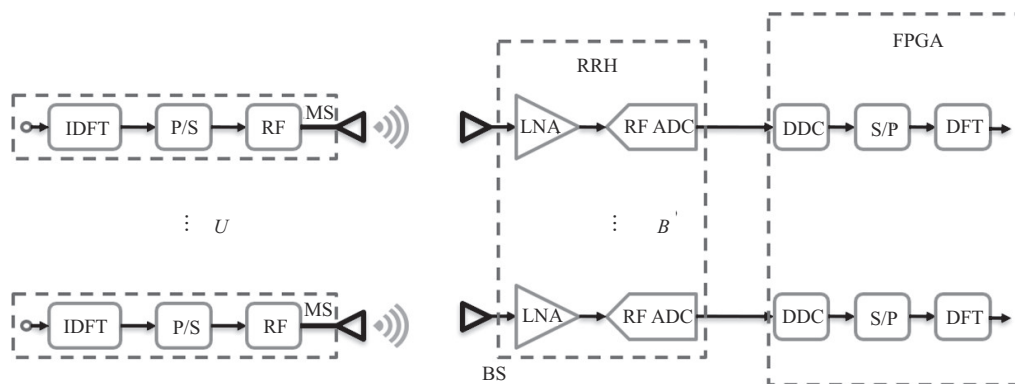


图1 全数字大规模MIMO系统

tal down-conversion, DDC)、串行/并行转换 (serial to parallel, S/P) 和离散傅里叶变换 (discrete Fourier transform, DFT)。

1.1 信号模型的建立

在第 n 个时隙, U 个 MS 发射的信号 $\mathbf{s}_n^{(\text{BB})} \in \mathbb{C}^U$ (即图 1 中 P/S 右侧位置处信号, 为基带时域信号) 通过应用图 1 的 IDFT 和 P/S 实现, 表示为:

$$\mathbf{s}_n^{(\text{BB})} = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{k \in S} \hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})} \mathbf{e}^{i2\pi(k/N)n} \quad (1)$$

其中, N 为一个 OFDM 信号中采样点的数量, $S \subset \{0, 1, \dots, N-1\}$ 为调制信号的子载波集合, $\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})} \in \mathbb{C}^U$ 为子载波 k 上的信号 (即图 1 左侧圆圈处信号, 为基带频域信号), f_c 为载波频率, f_s 为抽样频率。假设 $\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})}$ 满足 $\mathbb{E}[\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})}(\hat{\mathbf{s}}_{k'}^{(\text{BB})})^H] = E_U \delta(k-k') \mathbf{I}_U$, $\mathbb{E}[\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})}(\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})})^T] = \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})} = \mathbf{0}$, $\forall k \notin S$, $\mathbb{E}[\cdot]$ 表示求期望。本文假设 $N/S \gg 1$, 其中 S 为 S 的势, 即对 OFDM 信号在时域进行过采样。因此, 信号带宽为 $W = f_s N / S$ 。

BS 接收并放大后的信号 $\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} \in \mathbb{R}^B$ (即图 1 中 LNA 右侧处信号, 为 RF 时域信号) 表示为:

$$\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} = \sqrt{2} \mathcal{R}\{\mathbf{x}_n^{(\text{BB})} \mathbf{e}^{i2\pi(f_c/f_s)n}\} + \mathbf{w}_n^{(\text{RF})} \quad (2)$$

其中, $\mathcal{R}\{\cdot\}$ 表示取实部, $\mathbf{w}_n^{(\text{RF})} \in \mathbb{R}^B$ 为噪声, $\mathbf{x}_n^{(\text{BB})} = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \mathbf{s}_{n-l}^{(\text{BB})} \in \mathbb{C}^B$ 为基带时域信号, L 为

传播路径数量, $\mathbf{H}_l \in \mathbb{C}^{B \times U}$ 为 MS 和 BS 之间的基带信道。假设噪声服从 $\mathbf{w}_n^{(\text{RF})} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, (N_0/2) \mathbf{I}_B)$, $\mathcal{N}(\mathbf{0}, (N_0/2) \mathbf{I}_B)$ 表示高斯分布, 均值为 $\mathbf{0}$ 向量, 方差为 $(N_0/2) \mathbf{I}_B$ 。

1.2 RF ADC 模型的建立

BS 对接收、放大后的 RF 时域信号, 即式 (2), 应用 RF ADC。RF ADC 结构如图 2 所示, 其中 $\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}$ 为 BS 接收、放大后的 RF 时域信号, $\mathbf{r}_n^{(\text{RF})} \in \mathbb{R}^B$ 是一比特量化输入信号, $\mathbf{z}_n^{(\text{RF})} \in \mathbb{R}^B$ 为 RF ADC 的输出信号。在图 2 中, Z^{-1} 模块表示延迟一个时间单位, 即由时隙 n 变为 $n-1$, b 表示第 b 根天线。由图 2 可见, 输入信号 $[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b$ 和输出延迟 $[\mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})}]_b$ 反馈相减, 形成差值 $[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b - [\mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})}]_b$, 即 delta 阶段; 差值经过延迟相加, 形成量化输入 $[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b = [\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}]_b + [\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b - [\mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})}]_b$, 即 sigma 阶段。RF ADC 的输出信号可以表示为:

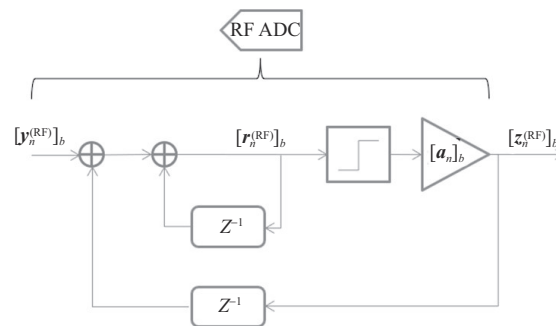


图2 RF ADC 结构

$$\mathbf{z}_n^{(\text{RF})} = \mathbf{a}_n \odot \text{sgn}(\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}) = \mathbf{a}_n \odot (\mathbf{g}_n \odot \mathbf{r}_n^{(\text{RF})} + \mathbf{q}_n) \quad (3)$$

其中, $\mathbf{a}_n \in \mathbb{R}^B$ 是放大因子构成的向量, $\odot$ 表示向量元素对应相乘, $\text{sgn}(\cdot)$ 代表量化, 其计算规则为, $\text{sgn}(x) = 1, \forall x \geq 0, \text{sgn}(x) = -1, \forall x < 0$ 。对于量化过程, Bussgang 定理常用于将量化输入和输出形成线性关系。式 (3) 的第二步由 Bussgang 定理^[14]导出, $\mathbf{g}_n \in \mathbb{R}^B$ 为:

$$[\mathbf{g}_n]_b = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{q}_n \in \mathbb{R}^B$ 为量化噪声, 与输入信号 $\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}$ 不相关。

本文设置归一化放大因子为:

$$[\mathbf{a}_n]_b = [\mathbf{g}_n]_b^{-1} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

将式 (5) 代入式 (3) 可得:

$$\mathbf{z}_n^{(\text{RF})} = \mathbf{r}_n^{(\text{RF})} + \mathbf{p}_n \quad (6)$$

$$\mathbf{p}_n = \mathbf{a}_n \odot \mathbf{q}_n \in \mathbb{R}^B \quad (7)$$

根据图 2, 可知:

$$\mathbf{r}_n^{(\text{RF})} = \mathbf{y}_n^{(\text{RF})} - \mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})} + \mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})} = \mathbf{y}_n^{(\text{RF})} - \mathbf{p}_{n-1} \quad (8)$$

其中, 第二个等式是通过代入式 (6) 得到的。

将式 (8) 代入式 (6) 可得:

$$\mathbf{z}_n^{(\text{RF})} = \mathbf{y}_n^{(\text{RF})} - \mathbf{p}_{n-1} + \mathbf{p}_n \quad (9)$$

1.3 频谱效率的定义

BS 的 FPGA 对输入的信号 $\mathbf{z}_n^{(\text{RF})}$ (即图 1 中 DDC 左侧处信号, 为 RF 时域量化输出信号) 进行 DDC、S/P 和 DFT, 将 $\mathbf{z}_n^{(\text{RF})}$ 处理为 $\hat{\mathbf{z}}_k^{(\text{BB})} \in \mathbb{C}^B$ (即图 1 中 DFT 右侧信号, 为基带频域信号), 表示为:

$$\hat{\mathbf{z}}_k^{(\text{BB})} = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{z}_n^{(\text{RF})} e^{-i2\pi(k/N + f_c/f_s)n} \quad (10)$$

本文假设系统满足抽样定理, 即 $f_s \in [(2f_c + W)/l, (2f_c - W)/(l-1)]$, 其中, l 为 $[1, (f_c + W/2)/W]$ 内的整数。将式 (9) 代入式 (10), 并应用式 (2), 可得:

$$\hat{\mathbf{z}}_k^{(\text{BB})} = \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})} + \hat{\mathbf{w}}_k^{(\text{BB})} + \hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l e^{-2\pi(k/N)l} \in \mathbb{C}^B \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_k^{(\text{BB})} = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{w}_n^{(\text{RF})} e^{-i2\pi(k/N + f_c/f_s)n} \in \mathbb{C}^B \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})} = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} (-\mathbf{p}_{n-1} + \mathbf{p}_n) e^{-i2\pi(k/N + f_c/f_s)n} \in \mathbb{C}^B \quad (14)$$

分别为频域信道、噪声和量化噪声, 其中 $\mathbf{H}_l \in \mathbb{C}^B$ 为第 l 条路径的时域响应, $\mathbf{w}_n^{(\text{RF})} \in \mathbb{C}^B$ 为时域噪声, $\mathbf{p}_n$ 的定义见式 (7)。FPGA 对 $\hat{\mathbf{z}}_k^{(\text{BB})}$ 采用迫零接收方案, 输出的信号为:

$$\hat{\mathbf{s}}_k = \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{z}}_k^{(\text{BB})} = \hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})} + \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{w}}_k^{(\text{BB})} + \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})} \in \mathbb{C}^U \quad (15)$$

其中, $\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger = (\hat{\mathbf{H}}_k^H \hat{\mathbf{H}}_k)^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k^H \in \mathbb{C}^{U \times B}$, 第二个等式是代入式 (11) 得到的。由式 (15) 可知, $\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})}$ 为有用信号部分, $\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{w}}_k^{(\text{BB})}$ 为噪声部分, $\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})}$ 为量化噪声部分。本文假设信道满足块衰落, 即信道相干时长有限, 分为导频传输阶段和数据传输阶段。因此, 系统的遍历可达频谱效率为:

$$\text{SE} = \frac{\tau_U}{\tau_C} \sum_{u=1}^U \mathbb{E}[\text{lb}(1 + \text{SINR}_{k,u})] \quad (16)$$

其中, τ_U 为数据传输时长, τ_C 为信道相干时长, $\text{SINR}_{k,u}$ 为信干噪比。根据式 (15), 信干噪比表示为:

$$\text{SINR}_{k,u} = \frac{\mathbb{E}[\left| [\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})}]_u \right|^2]}{\mathbb{E}[\left| [\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{w}}_k^{(\text{BB})} + \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})}]_u \right|^2]} = \frac{E_U}{\mathbf{c}_{k,u}^H (N_0 \mathbf{I}_B + \mathbf{C}_k^{(e)}) \mathbf{c}_{k,u}} \quad (17)$$

其中, 信号功率为 $\mathbb{E}[\left| [\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})}]_u \right|^2] = E_U$, 噪声功率为 $\mathbb{E}[\left| [\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{w}}_k^{(\text{BB})}]_u \right|^2] = N_0 \|\mathbf{c}_{k,u}\|^2$, 量化噪声功率为 $\mathbb{E}[\left| [\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})}]_u \right|^2] = \mathbf{c}_{k,u}^H \mathbf{C}_k^{(e)} \mathbf{c}_{k,u}$, $\mathbf{c}_{k,u} =$



$$\left[\hat{H}_k (\hat{H}_k^H \hat{H}_k)^{-1} \right]_u \in \mathbb{C}^B, \quad \mathbf{C}_k^{(e)} = \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})} (\hat{\mathbf{e}}_k^{(\text{BB})})^H \right] \in \mathbb{C}^{B \times B}$$

为频域量化噪声的自相关。

由于式(17)中的 $\mathbf{C}_k^{(e)}$ 只有定义式,系统的遍历可达频谱效率无法分析。第2节将具体分析该相关矩阵,获得遍历可达频谱效率的表达式。

2 遍历可达频谱效率分析

2.1 频域量化噪声自相关的近似分析

定义BS接收、放大后的RF时域信号自相关为 $\mathbf{R}_y[m] = \mathbb{E} \left[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} (\mathbf{y}_{n-m}^{(\text{RF})})^H \right] \in \mathbb{R}^{B \times B}$ 。根据式(1)和式(2)可得:

$$\mathbf{R}_y[m] = \frac{E_U}{N} \mathcal{R} \left\{ \sum_{k \in S} \hat{H}_k \hat{H}_k^H e^{i2\pi(k/N + f_c/f_s)m} \right\} + \frac{N_0}{2} \delta(m) \mathbf{I}_B \quad (18)$$

定义RF ADC的输出信号自相关为:

$$\mathbf{R}_z[m] = \mathbb{E} \left[\mathbf{z}_n^{(\text{RF})} (\mathbf{z}_{n-m}^{(\text{RF})})^H \right] \in \mathbb{R}^{B \times B} \quad (19)$$

根据以上定义可以分析获得频域量化噪声自相关的表达式,为:

$$\mathbf{C}_k^{(e)} \approx 2 \sum_{m=0}^{N-1} (\mathbf{R}_z[m] - \beta \mathbf{R}_y[m]) \times e^{-i2\pi(k/N + f_c/f_s)m} \quad (20)$$

具体步骤见附录1。在式(20)中,其中 $\mathbf{R}_y[m]$ 可以由式(18)计算,但是 $\mathbf{R}_z[m]$ 依然未知,将在下节分析。

2.2 量化输出相关矩阵的分析

根据式(6)和式(8)可得在第 n 个时隙一比特量化输入信号的平均功率为:

$$\mathbb{E} \left[[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \right] \approx \mathbb{E} \left[[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \right] + \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \mathbb{E} \left[[\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}]_b^2 \right] \quad (21)$$

具体推导见附录2。由于 $\mathbb{E} \left[[\mathbf{r}_0^{(\text{RF})}]_b^2 \right] = [\mathbf{R}_y[0]]_{b,b}$, 并且 $\mathbb{E} \left[[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \right] = [\mathbf{R}_y[0]]_{b,b}$, 由式(21)可以得到:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left[[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \right] \approx \frac{2}{4-\pi} [\mathbf{R}_y[0]]_{b,b} \quad (22)$$

将式(22)代入式(5)得到归一化放大因子的时域渐进表达式,为:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\mathbf{a}_n]_b \approx \sqrt{\frac{\pi}{4-\pi}} [\mathbf{R}_y[0]]_{b,b}^{1/2} \quad (23)$$

通过应用反正弦定律^[15]到式(3),可以将RF ADC的输出信号自相关 $\mathbf{R}_z[m]$ 表示为:

$$\mathbf{R}_z[m] = \lim_{n \rightarrow \infty} (\mathbf{a}_n \mathbf{a}_{n-m}^H) \odot \frac{2}{\pi} \sin^{-1} (\mathbf{D}_r^{-1/2} \mathbf{R}_r[m] \mathbf{D}_r^{-1/2}) \quad (24)$$

其中, $\mathbf{R}_r[m] = \mathbb{E} \left[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})} (\mathbf{r}_{n-m}^{(\text{RF})})^H \right] \in \mathbb{R}^{B \times B}$ 为量化输入信号时域自相关, $\mathbf{D}_r = \text{diag}(\mathbf{R}_r[0]) \in \mathbb{R}^{B \times B}$, $\text{diag}(\cdot)$ 表示由矩阵的对角元素构成对角矩阵,该极限是考虑系统长期运行的性能,即 $n \rightarrow \infty$ 的性能。通过代入式(24)到式(23)可得RF ADC的输出信号自相关,为:

$$\mathbf{R}_z[m] \approx \frac{2}{4-\pi} \mathbf{R}_a \odot \sin^{-1} (\mathbf{D}_r^{-1/2} \mathbf{R}_r[m] \mathbf{D}_r^{-1/2}) \quad (25)$$

其中, $\mathbf{R}_a \in \mathbb{R}^{B \times B}$ 为归一化功率放大因子,且 $[\mathbf{R}_a]_{b,b'} = [\mathbf{R}_y[0]]_{b,b}^{1/2} [\mathbf{R}_y[0]]_{b',b'}^{1/2}$

对于式(25)中的量化输入信号时域自相关 $\mathbf{R}_r[m]$,当 $m=0$ 时,根据式(22),可以近似 $\mathbf{R}_r[0] \approx \frac{2}{4-\pi} \mathbf{R}_y[0]$,从而 $\mathbf{D}_r = \frac{2}{4-\pi} \text{diag}(\mathbf{R}_y[0])$;当 $m=1$ 时,根据式(8)可知:

$$\mathbf{R}_r[1] = \mathbb{E} \left[(\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} - \mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})} + \mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}) (\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})})^H \right] \quad (26)$$

$$\approx \mathbf{R}_y[1] + \mathbb{E} \left[\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})} (\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})})^H \right] - \mathbb{E} \left[\mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})} (\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})})^H \right] \quad (27)$$

$$\approx \mathbf{R}_y[1] \quad (28)$$

其中,式(27)的推导利用了 $\mathbb{E} \left[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} (\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})})^H \right] \approx \mathbf{R}_y[1]$,式(28)的推导利用了 $\mathbf{R}_r[0] =$

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}(\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})})^H\right] \text{ 和 } \mathbb{E}\left[\mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})}\left[\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}\right]_b\right] \approx [\mathbf{D}_r]_{b,b},$$

其中后面的约等于由式 (29) 获得, 由式 (3) 可知:

$$\mathbb{E}\left[\left[\mathbf{z}_{n-1}^{(\text{RF})}\right]_b\left[\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}\right]_b\right] = [\mathbf{a}_{n-1}]_b \mathbb{E}\left[\left[\text{sgn}\left(\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}\right)\right]_b\left[\mathbf{r}_{n-1}^{(\text{RF})}\right]_b\right] \quad (29)$$

$$\approx [\mathbf{a}_{n-1}]_b \sqrt{\frac{2}{\pi}} [\mathbf{D}_r^{1/2}]_{b,b} \quad (30)$$

$$\approx [\mathbf{D}_r]_{b,b} \quad (31)$$

其中, 式 (30) 由高斯变量与其量化的相关特性得到, 式 (31) 由代入式 (5) 得到。

类似式 (28), 可得量化输入信号时域自相关 $\mathbf{R}_r[m] \approx \mathbf{R}_y[m], \forall m \neq 0$ 。于是, 可以用式 (25) 计算 RF ADC 的输出信号自相关 $\mathbf{R}_z[m]$, 代入式 (20) 计算频域量化噪声自相关 $\mathbf{C}_k^{(e)}$ 。具体的计算流程如算法 1 所示。

算法 1 频域量化噪声自相关的计算步骤

(1) 用式 (18) 计算 $\mathbf{R}_y[m], m=0, \dots, N-1$

(2) 计算 $\mathbf{R}_r[0] \approx \frac{2}{4-\pi} \mathbf{R}_y[0], \quad \mathbf{D}_r = \frac{2}{4-\pi} \text{diag}(\mathbf{R}_y[0])$

(3) 计算 $\mathbf{R}_r[m] = \mathbf{R}_y[m], m=1, \dots, N-1$

(4) 用式 (25) 计算 $\mathbf{R}_z[m]$

(5) 用式 (20) 计算 $\mathbf{C}_k^{(e)}$

根据本节分析结果, 形成了算法 1, 可以直接计算出频域量化噪声自相关矩阵 $\mathbf{C}_k^{(e)}$ 。将其代入式 (17) 即可计算出信干噪比, 再进一步代入式 (16) 可计算出遍历可达频谱效率。根据本节分析结果, 可以定性分析信号功率 E_U 对遍历可达频谱效率的作用。根据式 (18) 和式 (25) 可知, 随着信号功率 E_U 增大, RF 时域量化输出信号协方差 $\mathbf{R}_z[m]$ 将增大; 根据式 (20) 可知, 频域量化噪声自相关矩阵 $\mathbf{C}_k^{(e)}$ 将同步增大; 根据式 (16) 和式 (17) 可知, 遍历可达频谱效率将呈

现先增大后趋于平稳的特点, 即增大信号发射功率只能在一定信号发射功率范围内提高系统遍历可达频谱效率。

本节分析结果也用于 sigma-delta 系统的具体实施。由式 (5) 可知, sigma-delta 的实施中需要设置归一化放大因子, 将采样时刻 n 的 $\mathbb{E}\left[\left[\mathbf{r}_0^{(\text{RF})}\right]_b^2\right], b=1, \dots, B$ 构成的对角矩阵表示为 $\mathbf{D}_n^{(r)} \in \mathbb{R}^{B \times B}$, 假设系统结束时的采样时刻为 N' , 那么归一化放大因子计算如算法 2 所示。

算法 2 归一化放大因子的计算步骤

(1) 用式 (18) 计算 $\mathbf{R}_y[0]$

(2) 计算 $\mathbf{D}_0^{(r)} = \text{diag}(\mathbf{R}_y[0])$

(3) 根据式 (5) 计算 $[\mathbf{a}_0]_b \sqrt{\frac{\pi}{2}} [\mathbf{D}_0^{(r)}]_{b,b}^{1/2}$

(4) For $n=1 \rightarrow N'$

(5) 根据式 (21) 计算 $\mathbf{D}_n^{(r)} = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \mathbf{D}_{n-1}^{(r)} +$

$\text{diag}(\mathbf{R}_y[0])$

(6) 根据式 (5) 计算 $[\mathbf{a}_n]_b \sqrt{\frac{\pi}{2}} [\mathbf{D}_n^{(r)}]_{b,b}^{1/2}$

(7) End

3 仿真结果与分析

仿真参数设置如下。载波频率 $f_c = 2.4$ GHz, 子载波数量 $N = 360$, 传输用的子载波数量 $S = 9$, 传输用子载波集合为 $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 356, 357, 358, 359\}$, 抽样频率 $f_s = 864$ MHz, 信号带宽 $W = 21.6$ MHz, BS 天线数量 $B = 100$, MS 数量 $U = 4$, 噪声方差 $N_0 = 1$, 频域信道服从 $[\hat{\mathbf{H}}_k]_u \sim \text{CN}(0, \mathbf{I}_B)$ 。CN(0, $\mathbf{I}_B$) 表示复高斯分布, 均值为 0 向量, 方差为 $\mathbf{I}_B$ 。信道的路径数量为 $L = 10$, 对应的时延扩展为 $L/f_s = 12$ ns。信噪比为 $10 \lg E_U = 20$ dB。基带频域信号 $\hat{\mathbf{s}}_k^{(\text{BB})}$ 采用 16 QAM。当 $m=0$ 时, 仿真中设置 $\beta = 2.45$ 。当 $m>0$ 时, 仿



真中设置 $\beta=1$ 。仿真中随机试验了10种信道。对于任意信道，其在时域上每条路径的响应都服从 $CN(0, (1/L)I_B)$ 。对于任意信道实现，仿真中传输100个OFDM符号，sigma-delta结构在这100个OFDM符号的传输中持续工作，即 $N'=100 \times 369 - 1 = 36899$ 。并且仿真中，对每一个OFDM符号都添加了长度为9的循环前缀，以避免符号间干扰。

遍历可达频谱效率随信噪比变化如图3所示。其中，“sigma-delta分析”代表一比特sigma-delta结构的分析结果，“sigma-delta仿真”代表该结构应用数值仿真计算的结果；“常规分析”代表一比特量化结构的分析结果^[16]，“常规仿真”代表该结构应用数值仿真计算的结果^[16]。由图3可见，随着信噪比增加，一比特量化结构的频谱效率呈现先增加后下降并保持平稳的效果，其原因是信噪比低时增加信噪比提高了信干噪比，信噪比高时增加信噪比会增大量化噪声。sigma-delta结构可以有效抑制量化噪声，因此频谱效率一直上升后趋于平稳，最后达到25 bit/(s·Hz)。由图3还可以观察到本文分析结果接近仿真结果，表明本文分析是合理的，可以用于评估一比特sigma-delta调制全数字大规模MIMO系统的遍历可达频谱效率。

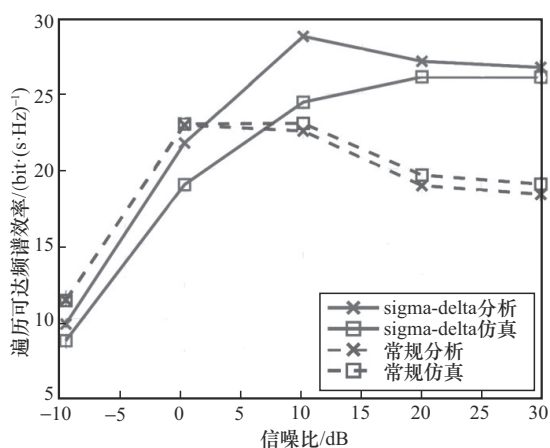


图3 遍历可达频谱效率随信噪比变化

遍历可达频谱效率随BS天线数量变化如图4所示。由图4可见，随着BS天线数量增加，频谱效率也上升，并且sigma-delta结构的频谱效率上升速度更快，其于一比特结构的频谱效率差距逐渐增大。这个结果再次表明sigma-delta结构具有更高的频谱效率，可以达到25 bit/(s·Hz)，适用于大规模MIMO系统。由图4还可以看到，本文分析结果接近仿真结果，说明本文分析结果适用于评估系统性能。

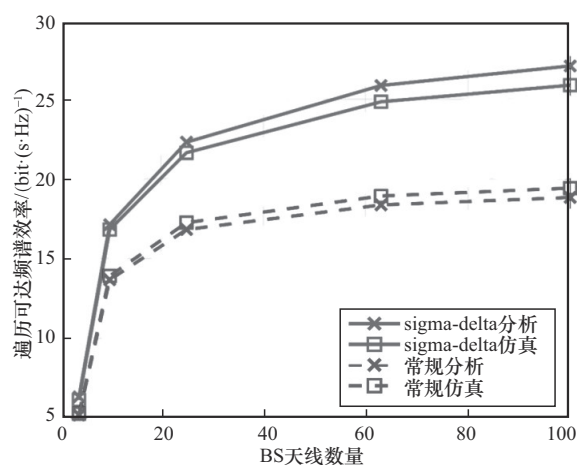


图4 遍历可达频谱效率随BS天线数量变化

4 结束语

本文研究了一比特sigma-delta调制全数字大规模MIMO系统，根据sigma-delta的结构特点，通过应用Busgang定理、反正弦定理和高斯变量的量化相关特性分析获得了该系统的遍历可达频谱效率。仿真结果表明一比特sigma-delta调制全数字大规模MIMO系统可以在100根BS天线和4个MS的条件下达到25 bit/(s·Hz)的遍历可达频谱效率。通过仿真对比了sigma-delta调制和常规系统的遍历可达频谱效率，发现前者具有更高的频谱效率，适用于全数字大规模MIMO系统。

附录1

由式(14)可知，量化噪声的协方差矩阵为：

$$C_k^{(e)} = 2 \sum_{m=0}^{N-1} (2\mathbf{R}_p[m] - \mathbf{R}_p[m-1] - \mathbf{R}_p[m+1]) \times e^{-i2\pi(k/N + f_c/f_s)m} \quad (32)$$

其中, $\mathbf{R}_p[m] = \mathbb{E}[\mathbf{p}_n^{(\text{RF})}(\mathbf{p}_{n-m}^{(\text{RF})})^H] \in \mathbb{R}^{B \times B}$ 为量化噪声的时域相关。

根据式 (6) 可得:

$$\mathbf{R}_z[m] = \mathbf{R}_r[m] + \mathbf{R}_p[m] + \mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})} \mathbf{P}_{n-m}^H] + \mathbb{E}[\mathbf{p}_n(\mathbf{r}_{n-m}^{(\text{RF})})^H] \quad (33)$$

其中, $\mathbf{R}_r[m] = \mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}(\mathbf{r}_{n-m}^{(\text{RF})})^H] \in \mathbb{R}^{B \times B}$ 为量化输入信号时域自相关。通过代入式 (8) 到式 (33) 可得:

$$\mathbf{R}_z[m] = \mathbf{R}_r[m] + \mathbf{R}_p[m] - \mathbf{R}_p[m-1] - \mathbf{R}_p[m+1] + \mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} \mathbf{P}_{n-m}^H] + \mathbb{E}[\mathbf{p}_n(\mathbf{y}_{n-m}^{(\text{RF})})^H] \quad (34)$$

根据式 (8) 也可得到:

$$\mathbf{R}_r[m] = \mathbf{R}_y[m] + \mathbf{R}_p[m] + \mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} \mathbf{P}_{n-m-1}^H] + \mathbb{E}[\mathbf{p}_{n-1}(\mathbf{y}_{n-m}^{(\text{RF})})^H] \quad (35)$$

将式 (35) 代入式 (34) 得到:

$$2\mathbf{R}_p[m] - \mathbf{R}_p[m-1] - \mathbf{R}_p[m+1] \approx \mathbf{R}_z[m] - \beta \mathbf{R}_y[m] \quad (36)$$

其中, 本文将 $\mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} \mathbf{P}_{n-m-1}^H]$ 、 $\mathbb{E}[\mathbf{p}_{n-1}(\mathbf{y}_{n-m}^{(\text{RF})})^H]$ 、 $\mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})} \mathbf{P}_{n-m}^H]$ 和 $\mathbb{E}[\mathbf{p}_n(\mathbf{y}_{n-m}^{(\text{RF})})^H]$ 之和近似为 $(\beta-1)\mathbf{R}_y[m]$, $\beta \geq 1$ 。将式 (36) 代入式 (32) 可得式 (20)。

附录 2

根据式 (8) 可得:

$$\mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 = \mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^2 + \mathbb{E}[\mathbf{p}_{n-1}]_b^2 - \mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b[\mathbf{p}_{n-1}]_b^* - \mathbb{E}[\mathbf{p}_{n-1}]_b[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^* \quad (37)$$

通过近似:

$$\mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^2 - \mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b[\mathbf{p}_{n-1}]_b^* - \mathbb{E}[\mathbf{p}_{n-1}]_b[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^* \approx \mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \quad (38)$$

可将式 (37) 近似为:

$$\mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \approx \mathbb{E}[\mathbf{y}_n^{(\text{RF})}]_b^2 + \mathbb{E}[\mathbf{p}_{n-1}]_b^2 \quad (39)$$

由 Bussgang 定理可知, 式 (6) 中的 $\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}$ 和 $\mathbf{p}_n$ 不相关。

因此, 由式 (6) 可以得到

$$\mathbb{E}[\mathbf{p}_n]_b^2 = \mathbb{E}[\mathbf{z}_n^{(\text{RF})}]_b^2 - \mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2 \quad (40)$$

其中, 第二个等式是通过应用 $\mathbb{E}[\mathbf{z}_n^{(\text{RF})}]_b^2 = (\pi/2) \mathbb{E}[\mathbf{r}_n^{(\text{RF})}]_b^2$ 得到的, 该式由式 (3) 和式 (5) 联合得到。

将式 (40) 代入式 (39) 得出式 (21)。

参考文献:

- [1] 尤力, 高西奇. 大规模 MIMO 无线通信关键技术[J]. 中兴通讯技术, 2014, 20(2): 26-28, 40.
YOU L, GAO X Q. Key technologies in massive MIMO wireless communication[J]. ZTE Technology Journal, 2014, 20(2): 26-28, 40.
- [2] CORDEIRO R F, PRATA A, OLIVEIRA A S R, et al. Agile all-digital RF transceiver implemented in FPGA[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2017, 65(11): 4229-4240.
- [3] ETTEFAGH Y, JACOBSSON S, HU A Z, et al. All-digital massive MIMO uplink and downlink rates under a fronthaul constraint[C]//Proceedings of the 2019 53rd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. Piscataway: IEEE Press, 2019: 416-420.
- [4] BENDER S, DÖRPINGHAUS M, FETTWEIS G. On the achievable rate of multi-antenna receivers with oversampled 1-bit quantization[C]//Proceedings of the 2017 IEEE 7th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP). Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-5.
- [5] ÜÇÜNCÜ A B, YILMAZ A Ö. Oversampling in one-bit quantized massive MIMO systems and performance analysis[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(12): 7952-7964.
- [6] ABDELGHANY M, FARID A A, RASEKH M E, et al. A design framework for all-digital mmWave massive MIMO with per-antenna nonlinearities[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(9): 5689-5701.
- [7] ABDELGHANY M, FARID A A, MADHOW U, et al. Towards all-digital mmWave massive MIMO: designing around nonlin-



- earities[C]//Proceedings of the 2018 52nd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. Piscataway: IEEE Press, 2018: 1552-1557.
- [8] GÖNÜLTAŞ E, TANER S, GALLYAS-SANHUEZA A, et al. Hardware-aware beamspace precoding for all-digital mmWave massive MU-MIMO[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(11): 3709-3713.
- [9] CHEN J C. One-bit MMSE equalization for all-digital massive MU-MIMO communication systems[J]. IEEE Systems Journal, 2022, 16(3): 4916-4927.
- [10] CASTAÑEDA O, JACOBSSON S, DURISI G, et al. Finite-alphabet MMSE equalization for all-digital massive MU-MIMO mmWave communication[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, 38(9): 2128-2141.
- [11] SEZGIN I C, ERIKSSON T, GUSTAVSSON J, et al. Evaluation of distributed MIMO communication using a low-complexity sigma-delta-over-fiber testbed[C]//Proceedings of the 2019 IEEE MTT-S International Microwave Symposium (IMS). Piscataway: IEEE Press, 2019: 754-757.
- [12] GALTON I. Delta-sigma data conversion in wireless transceivers[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2002, 50(1): 302-315.
- [13] AZIZ P M, SORENSEN H V, DER SPIEGEL J V. An overview of sigma-delta converters[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(1): 61-84.
- [14] BUSSGANG J J. Crosscorrelation functions of amplitude-distorted Gaussian signals[R]. Cambridge: Technology Report 216, 1952.
- [15] VLECK J H V, MIDDLETON D. The spectrum of clipped noise[J]. IEEE Xplore, 1966, 54(1):2-19.
- [16] JACOBSSON S, AABEL L, COLDREY M, et al. Massive MU-MIMO-OFDM uplink with direct RF-sampling and 1-bit ADCs [C]//Proceedings of the 2019 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). Piscataway: IEEE Press, 2019: 1-6.

[作者简介]



胡安中 (1986-), 男, 博士, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授, 主要研究方向为MIMO通信。



黄丽君 (2000-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为MIMO通信。